

鲁棒的非负监督低秩鉴别嵌入算法

姚裕¹, 万鸣华^{1,2}

1. 南京审计大学信息工程学院, 江苏 南京 211815;

2. 江苏省社会安全图像与视频理解重点实验室, 江苏 南京 210094)

摘要: 非负矩阵分解 (NMF) 已经得到了广泛应用。但 NMF 更注重数据的局部信息, 忽略了数据的全局信息, 而在有噪声图像的分类问题上, 数据的全局信息往往比局部信息更具鲁棒性。为了提高算法的鲁棒性, 结合数据的局部与全局信息, 并且考虑低秩表示的特性, 提出了一种新的非负监督低秩鉴别嵌入算法, 此算法假设数据存在噪声, 将数据分解为干净数据与噪声数据, 并通过 L_1 范数对噪声矩阵进行稀疏约束, 增强对噪声的鲁棒性。此外, 该算法使用低秩表示学习到一个低秩矩阵, 然后通过非负分解再一次增强算法的鲁棒性。最后结合图嵌入理论, 同时保留了数据的局部性和全局性。将该算法应用于各种加噪数据库中发现, 相对于对比方法, 该算法识别率提升了 5%~15%。

关键词: 非负矩阵分解; 低秩表示; 特征提取; 图嵌入

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-6652.202135

Robust non-negative supervised low-rank discriminant embedding algorithm

YAO Yu¹, WAN Minghua^{1,2}

1. School of Information Engineering, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China

2. Key Laboratory of Image and Video Understanding for Social Safety, Nanjing 210094, China

Abstract: Non-negative matrix factorization (NMF) has been widely used. However, NMF pays more attention to the local information of the data, it ignores the global representation of the data. In terms of image classification, the global information of the data is often more robust to noise than the local information. In order to improve the robustness of the algorithm, combined with the data of local and global representation, and considered the characteristics of low-rank representation, a non-negative supervised low-rank discriminant embedded algorithm was proposed. This algorithm assumed the existence of noise in the data, decomposed the data into clean data and noise data, and made sparse constraints on the noise matrix through the L_1 norm, so as to enhance the robustness to noise. In addition, the algorithm used low-rank representation to learn a low-rank matrix, then through non-negative decomposition, the robustness of the algorithm was enhanced again. Finally, combined with a study of graph embedding method, the local and global data were retained at the same time. The algorithm is applied to various noisy databases, and the recognition rate of this algorithm is improved by about 5%~15% compared with the comparison algorithm.

Key words: non-negative matrix factorization, low-rank representation, feature extraction, graph embedding

收稿日期: 2021-06-12; 修回日期: 2021-08-05

通信作者: 万鸣华, wmh36@nau.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61876213); 江苏省自然科学基金资助项目 (No.BK20201397); 2018 年江苏省高校自然科学研究重大项目 (No.18KJA520005); 江苏省社会安全图像与视频理解重点实验室项目 (No.J2021-4); 2020 年江苏省科研与实践创新计划资助项目 (No.SJCX20_0670)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61876213), The Natural Science Fund of Jiangsu Province (No.BK20201397), The Key Research and Development Program Science Foundation in Colleges and Universities of Jiangsu Province (No.18KJA520005), Jiangsu Key Laboratory of Image and Video Understanding for Social Safety of Nanjing University of Science and Technology (No.J2021-4), Postgraduate Research and Practice Innovation Program of Jiangsu Province (No.SJCX20_0670)

1 引言

特征提取是人脸识别中比较重要的步骤,在研究特征提取的过程中产生了许多降维的方法^[1-3],如主成分分析(principal component analysis, PCA)^[4]和线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)^[5]等,这些方法都能在一定程度上较好地对特征进行提取。与PCA和LDA不同的是,非负矩阵分解(non-negative matrix factorization, NMF)要求非负矩阵中的所有元素都大于或等于零,在这种约束下,原始数据中的噪声信息被充分过滤,从而使新的数据具有更好的表示能力。

作为一种基于局部的提取方法,NMF在特征提取领域已得到广泛使用,同时也产生了许多NMF的扩展方法,包括稀疏NMF、鉴别NMF、正交NMF以及流形NMF等。有学者通过对非负矩阵施加稀疏编码,提出了一种新的非负稀疏编码(non-negative sparse coding, NNSC)方法^[6],很大程度上增强了NMF的稀疏表示能力。Cai D等人^[7]将NMF与流形结构结合,提出了图正则化NMF(graph regularized NMF, GNMF)算法,从而保持了数据的内在几何结构。类似的算法还有流形正则化判别NMF(manifold regularized discriminative NMF, MD-NMF)^[8]、图嵌入正则化投影NMF(graph embedding regularized projection NMF, GEPNMF)^[9]等。这些扩展算法都使NMF方法的能力得到了很大的提高。

尽管许多NMF方法结合了不同的性质,如稀疏性、判别能力或流形结构,但这些基于NMF的方法都将欧氏距离作为度量,该度量对数据噪声非常敏感。为了增强NMF的鲁棒性,人们也提出了一些鲁棒的NMF方法,如鲁棒NMF(robust NMF, RNMF)^[10]、基于 $L_{2,1}$ 范数的NMF^[11]等。这些鲁棒的NMF方法都是基于局部学习的,忽略了数据的全局信息。然而在实际应用中,数据中的噪声的全局分布大多是不规律的。因此,现有的鲁棒的NMF方法的鲁棒性是有限的。事实上,在对损坏数据进行分类时,数据的全局信息比局部信息具有更强的鲁棒性。

低秩表示(low-rank representation, LRR)可以捕获数据的全局结构,揭示样本的隶属度。在图像分类中,局部信息和全局信息在特征提取和分类中都起着重要作用。NMF方法在局部特征学习上具有较强

的能力,但忽略了数据的全局信息,为了保持局部特征学习和全局学习能力,在LRR的激励下,本文提出了一种利用低秩、非负监督约束和稀疏性^[12-14]的算法——非负监督低秩鉴别嵌入(non-negative supervised low-rank discriminant embedding, NSLRE)来分类被破坏的数据。笔者假设数据被严重损坏,并将 L_1 范数作为假定的噪声矩阵的稀疏约束。NSLRE先学习低秩矩阵、恢复干净矩阵并去除数据中的噪声;然后,对学习到的低秩矩阵进行非负因子分解,保持数据的局部表示能力,在此基础上结合流形正则化保持数据的局部几何结构,进一步增强NMF的局部属性。NSLRE能够同时进行低秩学习和非负性学习,能够很好地获得基于局部和全局的数据表示。这保证了NMF中两个非负矩阵的构造不受噪声的影响。该算法既能保留数据的局部几何信息,又能进行去噪处理,对有噪声的图像分类任务有较好的处理效果。该算法的主要优点如下。

(1) NSLRE结合了NMF和LRR的一些优点。该算法学习到的低秩矩阵具有类似于LRR的全局表示,基础矩阵具有类似于NMF的局部表示。将局部表示和全局表示结合进行非负学习,实现鲁棒图像分类。

(2) 在没有数据噪声干扰的情况下,在学习到的投影子空间中,同一类的数据点可以尽可能接近,这可以提高基于NMF的鲁棒方法的判别能力。

2 相关工作

2.1 非负矩阵分解

给定一个训练集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$,其中 m 表示数据样本的维度, n 表示数据样本的个数。NMF的主要想法是将数据集 X 分解为两个非负因子 $U \in \mathbf{R}^{m \times k}$ 和 $V \in \mathbf{R}^{k \times n}$ 。基于欧氏距离的NMF的目标函数可以定义为:

$$O = \|X - UV\|_F^2, \text{ s.t. } U \geq 0, V \geq 0 \quad (1)$$

它的迭代规则可以表示为:

$$u_{jk}^{t+1} \leftarrow u_{jk}^t \frac{(XV^T)_{jk}}{(UVV^T)_{jk}}, v_{ki}^{t+1} \leftarrow v_{ki}^t \frac{(U^T X)_{ki}}{(U^T UV)_{ki}} \quad (2)$$

其中, u_{jk} 和 v_{ki} 分别为 U 和 V 的列向量。NMF被广泛应用于计算机视觉、模式识别、图像分类。不同于PCA和LDA,NMF中的所有元素都大于或等于零,这导致NMF是基于局部的表示。这也与基于

部分表征的人脑的心理和生理证据一致。

2.2 低秩表示

为了解决子空间分解问题，有学者提出了LRR^[15-17]方法，LRR的数据向量是其他样本的线性组合。与稀疏表示不同，LRR联合搜索所有数据的最低秩表示，捕获数据的全局结构。

给定一个训练集 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。

$\mathbf{X}$ 的每一列都可以用基矩阵 $\mathbf{D}$ 来线性表示：

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{Z} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{Z}$ 是一个系数矩阵，LRR通过解决如下优化寻找 $\mathbf{Z}$ 的最优解：

$$\min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_*, \text{ s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{Z} \quad (4)$$

对于被损坏的数据，将噪声矩阵 $\mathbf{E}$ 添加到式(4)中可以得到：

$$\min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_{2,1}, \text{ s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{Z} + \mathbf{E} \quad (5)$$

3 目标函数及迭代方法

3.1 目标函数

给定一个训练集 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ，NMF将训练数据矩阵分解为两个非负的因子矩阵。但在实际应用中，数据总是被噪声干扰，因此笔者假设数据的噪声矩阵为 $\mathbf{E}$ ，并且将它添加到非负矩阵分解模型中，可以得到：

$$\min_{\mathbf{U} \geq 0, \mathbf{V} \geq 0} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{UV}\|_F^2 \quad (6)$$

令 $\mathbf{A} = \mathbf{X} - \mathbf{E}$ ，则式(6)可重写为：

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{U}, \mathbf{V} \geq 0} \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2, \text{ s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{A} + \mathbf{E} \quad (7)$$

其中， $\mathbf{A}$ 为不含噪声的矩阵。但是非负矩阵分解注重数据局部结构，且忽略了数据的低秩特性。而对于被损坏的数据来说，全局信息更加有效，因此笔者考虑了样本的全局结构，且在式(7)中引入了LRR的低秩约束，得到下式：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{p}, \mathbf{U}, \mathbf{V} \geq 0} &= \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \\ &\alpha \text{rank}(\mathbf{A}) + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2, \\ \text{s.t. } &\mathbf{X} = \mathbf{A} + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (8)$$

其中， $\mathbf{S}_{ij}^w$ 、 $\mathbf{S}_{ij}^b$ 分别表示样本类内与类间的权重矩阵， $\mathbf{p}$ 为投影向量， $\alpha > 0$ 是一个用于权衡 $\mathbf{A}$ 分解后的余数与 $\mathbf{A}$ 的低秩的参数。

但是由于式(8)是一个NP问题，笔者将该问

题用凸优化问题代替：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{p}, \mathbf{U}, \mathbf{V} \geq 0} &= \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \\ &\alpha \|\mathbf{A}\|_* + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2 \\ \text{s.t. } &\mathbf{X} = \mathbf{A} + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (9)$$

假设噪声是稀疏的，笔者使用 L_1 范数对噪声矩阵 $\mathbf{E}$ 进行稀疏约束，可以得到：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{p}, \mathbf{U}, \mathbf{V} \geq 0} &= \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \\ &\alpha \|\mathbf{A}\|_* + \beta \|\mathbf{E}\|_1 + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2, \\ \text{s.t. } &\mathbf{X} = \mathbf{A} + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (10)$$

该模型考虑了样本的全局信息与局部信息，同时对样本添加低秩特性，确保误差是稀疏的。

3.2 优化方法

笔者用交替方向乘子法 (alternating direction method of multiplier, ADMM) 或增广拉格朗日乘子法 (augmented Lagrangian multiplier, ALM) 来解决式(4)~式(10)。具体利用核范数^[18]的下列性质来解决。

定理 1 对于任意矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ，都有 $\|\mathbf{A}\|_* =$

$$\min_{\mathbf{R}, \mathbf{H}} \frac{1}{2} (\|\mathbf{R}\|_F^2 + \|\mathbf{H}\|_F^2) \text{ s.t. } \mathbf{A} = \mathbf{RH}.$$

根据定理 1，可以将式(10)转化为式(11)：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{p}, \mathbf{R}, \mathbf{H}, \mathbf{U}, \mathbf{V} \geq 0} &= \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \\ &\frac{\alpha}{2} (\|\mathbf{R}\|_F^2 + \|\mathbf{H}\|_F^2) + \beta \|\mathbf{E}\|_1 + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2, \\ \text{s.t. } &\mathbf{X} = \mathbf{A} + \mathbf{E}, \mathbf{A} = \mathbf{RH} \end{aligned} \quad (11)$$

它的增广拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned} L(\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{R}, \mathbf{H}, \mathbf{p}, \mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mu) &= \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \\ &\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \frac{\alpha}{2} (\|\mathbf{R}\|_F^2 + \|\mathbf{H}\|_F^2) + \beta \|\mathbf{E}\|_1 + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2 + \\ &\langle \mathbf{Y}_1, \mathbf{X} - \mathbf{A} - \mathbf{E} \rangle + \langle \mathbf{Y}_2, \mathbf{A} - \mathbf{RH} \rangle + \\ &\frac{\mu}{2} (\|\mathbf{X} - \mathbf{A} - \mathbf{E}\|_F^2 + \|\mathbf{A} - \mathbf{RH}\|_F^2) = \\ &\sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^w - \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^b + \\ &\frac{\alpha}{2} (\|\mathbf{R}\|_F^2 + \|\mathbf{H}\|_F^2) + \beta \|\mathbf{E}\|_1 + \|\mathbf{A} - \mathbf{UV}\|_F^2 + \\ &\frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{X} - \mathbf{A} - \mathbf{E} + \frac{\mathbf{Y}_1}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{A} - \mathbf{RH} + \frac{\mathbf{Y}_2}{\mu} \right\|_F^2 - \\ &\frac{1}{2\mu} (\|\mathbf{Y}_1\|_F^2 + \|\mathbf{Y}_2\|_F^2) \end{aligned} \quad (12)$$

可以通过固定其他变量的方法来求解每个变量。

(1) 求解 A

固定其他变量求解 A , 可以得到如下问题:

$$\min_A \|A - UV\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| X - A - E + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| A - RH + \frac{Y_2}{\mu} \right\|_F^2 \quad (13)$$

通过求解式 (13) 的偏导数并令其等于 0 可以得到:

$$A = \frac{2K_1 + \mu(K_2 + K_3)}{2 + 2\mu} \quad (14)$$

其中, $K_1 = UV$, $K_2 = X - E + \frac{Y_1}{\mu}$, $K_3 = RH - \frac{Y_2}{\mu}$ 。

(2) 求解 E

固定其他变量求解 E , 可以得到下式:

$$\min_E \beta \|E\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| X - A - E + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 \quad (15)$$

这是一个软阈值问题, 可以通过收缩因子来求解该问题:

$$e^{k+1} = \arg \min_j \frac{\beta}{\mu^k} \|e\|_1 + \frac{1}{2} \left\| e - \left(A - X + \frac{Y_1}{\mu^k} \right) \right\|_2^2 = \zeta_{\frac{\beta}{\mu^k}} \left(A - X + \frac{Y_1}{\mu^k} \right) \quad (16)$$

其中, $\zeta_{\frac{\beta}{\mu^k}}$ 是一个软阈值算子, 它被定义为:

$$\zeta_{\xi}(\pi) = \begin{cases} \pi - \xi, & \pi > \xi \\ \pi + \xi, & \pi < -\xi \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

(3) 求解 U

固定其他变量求解 U 得到:

$$\min_{U \geq 0} \|A - UV\|_F^2 \quad (18)$$

经过简单的计算, 式 (18) 可转化为:

$$\|A - UV\|_F^2 = \text{tr}(A - UV)(A - UV)^T = \text{tr}(AA^T - AV^T U^T - UVA^T + UVV^T U^T) \quad (19)$$

假设拉格朗日乘子为 ψ_{ij} , 且使得 $u_{ij} \geq 0$, 可以得到式 (19) 的拉格朗日函数为:

$$L(U) = \text{tr}(AA^T - AV^T U^T - UVA^T + UVV^T U^T) + \text{tr}(\Psi U^T) \quad (20)$$

令 $L(U)$ 对 U 的偏导数为 0, 则最后可以得到:

$$\frac{\partial L(U)}{\partial U} = -2AV^T + 2UVV^T + \Psi \quad (21)$$

通过 KKT 条件可知, 需要 $\psi_{ij} u_{ij} = 0$, 因此式 (21)

可转化为:

$$(-AV^T)_{ij} u_{ij} + (UVV^T)_{ij} u_{ij} = 0 \quad (22)$$

从而可以进一步得到如下迭代规则:

$$u_{ij} \leftarrow u_{ij} \frac{(AV^T)_{ij}}{(UVV^T)_{ij}} \quad (23)$$

(4) 求解 V

求解 V 与 U 的步骤与上文相同, 经过一些简单的计算, 可以得到下式:

$$\min_{V \geq 0} \|A - UV\|_F^2 \quad (24)$$

令 ϕ_{ij} 为拉格朗日乘子, 可得函数为:

$$L(V) = \text{tr}(AA^T - AV^T U^T - UVA^T + UVV^T U^T) + \text{tr}(\Phi V^T) \quad (25)$$

令 V 的偏导数为 0, 则:

$$\frac{\partial L(V)}{\partial V} = -2U^T A + 2U^T UV + \Phi \quad (26)$$

根据 KKT 条件 $\phi_{ij} v_{ij} = 0$, 可得:

$$(-U^T A)_{ij} v_{ij} + (UU^T V)_{ij} v_{ij} = 0 \quad (27)$$

最后得出迭代规则为:

$$v_{ij} \leftarrow v_{ij} \frac{(U^T A)_{ij}}{(UU^T V)_{ij}} \quad (28)$$

(5) 求解 R

固定 R 以外的变量可以得到:

$$\min_R \frac{\alpha}{2} \|R\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| A - RH + \frac{Y_2}{\mu} \right\|_F^2 \quad (29)$$

求解式 (29) 的偏导数, 且令其等于 0 得:

$$\alpha R + \mu RHH^T - (\mu A + Y_2)H^T = 0 \Rightarrow R = (Y_2 + \mu A)H^T (\mu HH^T + \alpha I)^{-1} \quad (30)$$

(6) 求解 H

固定 H 以外的变量可以得到:

$$\min_H \frac{\alpha}{2} \|H\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| A - RH + \frac{Y_2}{\mu} \right\|_F^2 \quad (31)$$

求偏导数得:

$$H = (\mu R^T R + \alpha I)^{-1} R^T (Y_2 + \mu A) \quad (32)$$

(7) 求解投影矩阵 p

固定投影矩阵 p 以外的变量可以得到:

$$\min_p \sum_{i,j} \|y_i - y_j\|_2^2 S_{ij}^w - \sum_{i,j} \|y_i - y_j\|_2^2 S_{ij}^b \quad (33)$$

经过简单化简得到:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \|y_i - y_j\|_2^2 S_{ij}^w - \sum_{i,j} \|y_i - y_j\|_2^2 S_{ij}^b = \\ & \sum_{i,j} \|p^\top x_i - p^\top x_j\|_2^2 S_{ij}^w - \sum_{i,j} \|p^\top x_i - p^\top x_j\|_2^2 S_{ij}^b = \quad (34) \\ & p^\top X(D - S^w)X^\top p - p^\top X(H - S^b)X^\top p = \\ & p^\top X(L - J)X^\top p \end{aligned}$$

算法 1 展示了 NSLRE 的整个过程。

算法 1 NSLRE

输入 训练集 X , 维度 d , 迭代数 T , 参数 α 和 β

步骤 1: 初始化 $E = 0$, $V = 0$, $U = 0$ 和 $Y_1 = Y_2 = 0$

步骤 2: 从 $i = 1 : T$ 做:

通过式 (14) 更新 A ;

通过式 (16) 更新 E ;

通过式 (23) 更新 U ;

通过式 (28) 更新 V ;

通过式 (30) 更新 R ;

通过式 (32) 更新 H ;

通过式 (33) 更新 p ;

更新拉格朗日乘子:

$$Y_1 = Y_1 + \mu(X - A - E)$$

$$Y_2 = Y_2 + \mu(X - RH)$$

通过 $\mu = \min(\rho\mu, \max \mu)$ 更新 μ

输出 最优解 A 、 E 、 U 、 V 、 R 、 H 、 p

4 实验

4.1 数据集

ORL 人脸数据库包含 400 张图像, 共 40 个人, 每个人 10 张图像。每张图像的大小为 56×46 像素, 包含了每个人不同的姿势和面部表情。

Yale 人脸数据库的图像数量较少, 共 165 张图像, 包含 15 个人, 每个人有 11 张图像。每张图像的大小为 80×100 像素, 表情、手势和灯光都不一样。

AR 人脸数据库包含 120 个人的 2 400 张图像, 每一张都被裁剪成 50×40 像素。

FERET 人脸数据库包含 200 个人, 每个人都有 7 张受不同照明影响的图像, 共 1 400 张图像。每张图像都被调整为 40×40 像素。

PolyU 掌纹数据库有 100 个人的 600 张图像。

每个人的 6 个样本被采集了两次, 采集间隔两个月。

4.2 实验参数

笔者从不同的数据集中选取不同的样本来测试本文提出的方法的性能。选择不同数据集中的 t 张图像作为训练样本, 图像分别来自 ORL、Yale 和 AR ($t = 3, 4, 5, 6$) 以及 FERET 人脸数据库 ($t = 2, 3, 4, 5$)。为了证明该方法的准确性, 笔者将其与经典的线性方法 LDA 和低秩方法 LRR、流形学习的方法 LPP 及其监督扩展 SLPP、基于非负矩阵分解的方法 NMF 和鲁棒扩展方法 RNMF 以及基于相同低秩思想的 LRNF 方法进行比较。参数 α 和 β 的选择范围为 $\{10^{-4}, 10^{-2}, \dots, 10^2, 10^3\}$ 。最后使用最近邻分类器对提取的样本进行分类。

4.3 连续像素遮挡的鲁棒性检验

为了进一步测试 NSLRE 在面对不同层次的连续遮挡数据时的鲁棒性, 笔者在图像的不同位置随机添加一些遮挡块, 将块大小分别设置为 5×5 和 10×10 。ORL、Yale、AR 和 FERET 人脸数据库的原始图像及其不同级别连续遮挡的损坏图像见表 1。

表 1 ORL、Yale、AR 和 FERET 人脸数据库的原始图像及其不同级别连续遮挡的损坏图像

人脸数据库	干净数据	遮挡块为 5×5 像素	遮挡块为 10×10 像素
ORL			
Yale			
AR			
FERET			

图 1 展示了 LDA、LRR、LPP、SLPP、NMF、RNMF、LRNF 和 NSLRE 在不同遮挡水平下, 在不同数量的训练样本中的最高分类准确率, 表 2 至表 5 展示了块遮挡下不同人脸数据库上各算法的最高识别率。

4.4 PolyU 掌纹数据库的实验

PolyU 掌纹数据库包含 100 个人的 600 张图像。每张图像的大小都是 128×128 像素。为了进一步测

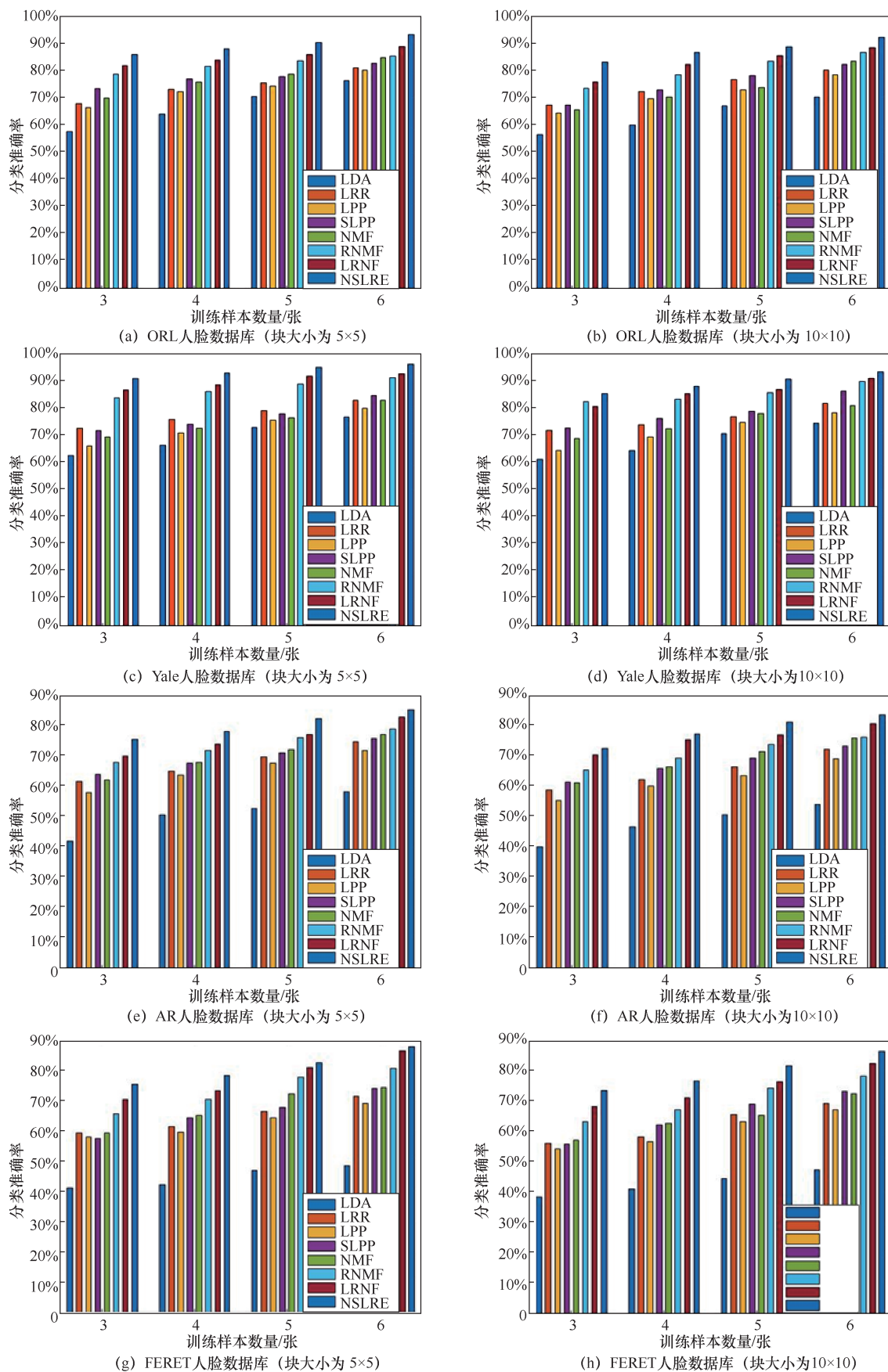


图1 LDA、LRR、LPP、SLPP、NMF、RNMF、LRNF和NSLRE在ORL、Yale、AR和FERET人脸数据库上的最高分类准确率

表 2 块遮挡下 ORL 人脸数据库上各算法的最高识别率

算法	块大小为 5×5				块大小为 10×10			
	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
LDA	57.87%	64.37%	70.83%	76.51%	56.42%	60.21%	66.83%	70.21%
LRR	68.21%	73.33%	75.67%	81.25%	67.21%	72.36%	76.53%	80.67%
LPP	66.71%	72.34%	74.5%	80.21%	64.27%	69.55%	72.61%	78.25%
SLPP	73.66%	77.11%	78.11%	83.06%	67.34%	72.6%	78.07%	81.95%
NMF	70.08%	75.99%	78.91%	85.05%	65.5%	70.17%	73.62%	83.25%
RNMF	78.81%	81.66%	83.71%	85.55%	73.46%	78.21%	83.21%	86.53%
LRNF	82.01%	84.1%	86.25%	89.66%	75.67%	82%	85.37%	88.41%
NSLRE	86.07%	88.33%	90.61%	93.58%	83.05%	86.58%	88.51%	92.12%

表 3 块遮挡下 Yale 人脸数据库上各算法的最高识别率

算法	遮挡块大小为 5×5				遮挡块大小为 10×10			
	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
LDA	62.11%	66.1%	72.33%	76.11%	60.7%	64.1%	70.11%	73.99%
LRR	72.16%	75.23%	78.66%	82.22%	71.42%	73.33%	76.16%	81.11%
LPP	65.65%	70.45%	75.11%	79.31%	64.1%	69%	74.3%	77.8%
SLPP	71.21%	73.66%	77.55%	84.21%	72.06%	75.75%	78.31%	85.65%
NMF	69.06%	72.08%	76.08%	82.25%	68.26%	71.88%	77.33%	80.25%
RNMF	83.33%	85.71%	88.2%	90.5%	81.66%	82.71%	84.88%	89%
LRNF	86.12%	88%	91%	92.12%	80%	84.71%	86.2%	90.21%
NSLRE	90.16%	92.28%	94.3%	95.6%	84.71%	87.3%	90%	92.12%

表 4 块遮挡下 AR 人脸数据库上各算法的最高识别率

算法	遮挡块大小为 5×5				遮挡块大小为 10×10			
	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
LDA	42.14%	50.72%	53%	58.5%	39.97%	46.45%	50.61%	54%
LRR	61.68%	65.11%	69.85%	74.93%	58.75%	62.11%	66.25%	71.99%
LPP	58.17%	63.90%	67.9%	72%	55.21%	60.06%	63.45%	69%
SLPP	64.05%	67.91%	71.2%	75.98%	61.26%	65.77%	69.21%	73.11%
NMF	62.33%	68.11%	72.25%	77.25%	61.07%	66.21%	71.33%	75.81%
RNMF	68.21%	72.11%	76.25%	79%	65.33%	69.25%	73.67%	76%
LRNF	70.15%	74%	77.15%	82.97%	70%	75.11%	76.87%	80.46%
NSLRE	75.23%	78.16%	82.33%	85.5%	72.17%	77.04%	80.95%	83.25%

试 NSLRE 在掌纹数据库上的鲁棒性, 笔者在样本图像上分别添加了大小为 5×5 和 10×10 的遮挡块。PolyU 掌纹数据库的原始图像与分别带有 5×5 和

10×10 遮挡块的损坏图像如图 2 所示。笔者为每个掌纹选取 3 张图像作为训练样本。实验结果如图 3 所示。PolyU 掌纹数据库上各算法的最高识别率见表 6。

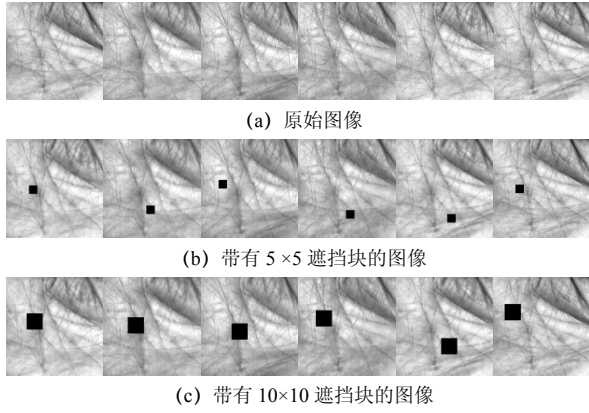


图2 PolyU 掌纹数据库的原始图像与分别带有 5×5 和 10×10 遮挡块的损坏图像

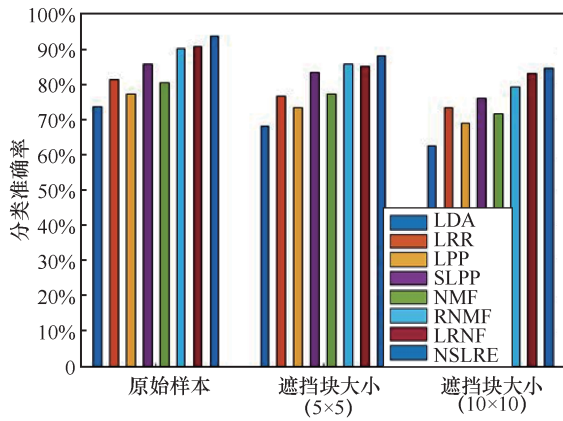


图3 LDA、LRR、LPP、SLPP、NMF、RNMF、LRNF 和 NSLRE 在 PolyU 掌纹数据库上的最高分类准确率

4.5 实验结果与分析

对于人脸数据库,图1显示了不同方法在 ORL、Yale、AR 和 FERET 人脸数据库上的最高识别率随训练样本数量的变化,表2至表5显示了不同算法随不同训练样本在不同人脸数据库上的最高识别

率。上述结果表明, LPP 和 SLPP 方法作为流形学习方法,识别率较 LDA 有所提升,因为 LPP 和 SLPP 都采用了图嵌入的思想,通过权重图来约束样本相邻点的相似度,流形学习方法更侧重于保留数据内在的局部邻域结构。作为一种低秩表示方法, LRR 将样本矩阵作为字典并进行自表示,在对噪声的鲁棒性上具有明显的优势。与 NMF 和 RNMF 相比, NSLRE 因为引入了非负学习的思想,将非负因子分解融入算法中,所以效果更加显著。同时,相比 LPP、NMF 和 LRR, NSLRE 的识别率提升了 5%~15%,这是因为 NSLRE 在考虑样本流形结构的情况下引入了低秩表示,通过对矩阵的分解来引入低秩特性提取主要特征,从而获得了更好的鲁棒性。最后,为了测试 NSLRE 的稳定性,图3和表6分别展示了 NSLRE 在 PolyU 掌纹数据库上原始样本的最高识别率和样本加噪后的最高识别率。从图3和表6中可以看出, NSLRE 在经过块遮挡干扰后仍能保持良好的识别率,模型具有良好的鲁棒性。

表6 PolyU 掌纹数据库上各算法的最高识别率

算法	原始图像	遮挡块大小为 5×5	遮挡块大小为 10×10
LDA	73.51%	68.21%	62.52%
LRR	77.11%	73.32%	69.15%
LPP	81.24%	76.56%	73.34%
SLPP	80.27%	77.15%	71.69%
NMF	85.63%	83.12%	76.87%
RNMF	89.92%	85.61%	79.13%
LRNF	90.45%	85.1%	82.92%
NSLRE	93.31%	88.70%	84.30%

表5 块遮挡下 FERET 人脸数据库上各算法的最高识别率

算法	遮挡块大小为 5×5				遮挡块大小为 10×10			
	t=2	t=3	t=4	t=5	t=2	t=3	t=4	t=5
LDA	41%	42%	46.75%	48.3%	38.55%	41.14%	44.5%	47.33%
LRR	59.21%	61.36%	66.21%	71.17%	56.09%	58.11%	65.34%	69.09%
LPP	57.8%	59.5%	64.25%	69%	54.1%	56.5%	63%	67%
SLPP	57.4%	64.2%	67.6%	73.9%	55.8%	62.03%	68.77%	72.95%
NMF	59.05%	65.01%	71.98%	74.09%	57.11%	62.61%	65.30%	72.34%
RNMF	65.39%	70.25%	77.65%	80.5%	63.21%	66.96%	74.11%	78.10%
LRNF	70.2%	73.1%	80.62%	86.21%	68.36%	71%	76.33%	82.25%
NSLRE	75.23%	78.16%	82.33%	87.60%	73.32%	76.61%	81.45%	86.12%

5 结束语

本文提出了一种新的低秩非负矩阵分解算法——非负监督低秩鉴别嵌入算法，它在一定程度上解决了非负矩阵分解存在的一些问题。此算法有效地结合了低秩表示、非负矩阵分解以及图嵌入的特性。它假设数据被噪声损坏，通过 L_1 范数约束噪声，通过核范数约束低秩矩阵，并在此基础上进行非负矩阵分解，最后结合图嵌入的方法保留了样本的局部性和全局性，这使得模型的鲁棒性较强。在对不同数据集进行加噪处理后，通过实验对所提算法进行分析，进一步证明了该算法的有效性。

参考文献:

- [1] 任克强, 张静然. 基于局部 Fisher 准则判别投影的人脸识别算法[J]. 传感器与微系统, 2019, 38(7): 113-116, 120.
REN K Q, ZHANG J R. Face recognition algorithm based on local Fisher criterion discriminant projections[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2019, 38(7): 113-116, 120.
- [2] YANG J, ZHANG D, YANG J Y. Constructing PCA baseline algorithms to reevaluate ICA-based face-recognition performance[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2007, 37(4): 1015-1021.
- [3] 刘文华, 李浥东, 王涛, 等. 基于高维特征表示的交通场景识别[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(4): 392-399.
LIU W H, LI Y D, WANG T, et al. Transportation scene recognition based on high level feature representation[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(4): 392-399.
- [4] ZUO W M, ZHANG D, YANG J, et al. BDPCA plus LDA: a novel fast feature extraction technique for face recognition[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2006, 36(4): 946-953.
- [5] NIE F P, WANG Z, WANG R, et al. Adaptive local linear discriminant analysis[J]. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data, 2020, 14(1): 1-19.
- [6] HOYER P O. Non-negative sparse coding[C]//Proceedings of the 12th IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2002: 557-565.
- [7] CAI D, HE X F, HAN J W, et al. Graph regularized nonnegative matrix factorization for data representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(8): 1548-1560.
- [8] GUAN N Y, TAO D C, LUO Z G, et al. Manifold regularized discriminative nonnegative matrix factorization with fast gradient descent[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(7): 2030-2048.
- [9] 杜海顺, 张旭东. 图嵌入正则化投影非负矩阵分解人脸图像特征提取[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(8): 1176-1184.
DU H S, ZHANG X D. Graph embedding regularized projective non-negative matrix factorization for face image feature extraction[J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(8): 1176-1184.
- [10] ZHANG L J, CHEN Z G, ZHENG M, et al. Robust non-negative matrix factorization[J]. Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China, 2011, 6(2): 192-200.
- [11] KONG D G, DING C, HUANG H. Robust nonnegative matrix factorization using $L_{2,1}$ -norm[C]//Proceedings of the 20th ACM International Conference on Information and Knowledge Management. New York: ACM Press, 2011.
- [12] WRIGHT J, MA Y, MAIRAL J, et al. Sparse representation for computer vision and pattern recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1031-1044.
- [13] WRIGHT J, YANG A Y, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227.
- [14] YANG M, ZHANG L. Gabor feature based sparse representation for face recognition with Gabor occlusion dictionary[C]//Proceedings of the European Conference on Computer Vision. [S.l.:s.n.], 2010.
- [15] LIU G C, LIN Z C, YAN S C, et al. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1): 171-184.
- [16] LIU G C, LIN Z C, YONG Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation[C]//Proceedings of the International Conference on Machine Learning. [S.l.:s.n.], 2003: 1615-1618.
- [17] LIU G C, LIN Z C, YONG Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation[C]//Proceedings of the ICML. [S.l.:s.n.], 2010: 663-670.
- [18] MAZUMDER R, HASTIE T, TIBSHIRANI R. Spectral regularization algorithms for learning large incomplete matrices[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2010, 11: 2287-2322.

[作者简介]



姚裕 (1997-), 男, 南京审计大学信息工程学院硕士生, 主要研究方向为模式识别与特征提取。



万鸣华 (1978-), 男, 博士, 南京审计大学信息工程学院教授, 主要研究方向为模式识别与机器学习。